ZÁKLADNÍ TYPY ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI DISKRÉTNÍ NÁHODNÉ VELIČINY

• Binomické rozdělení *Bi*(*n*,*p*)

- má náhodná veličina *X*, která udává počet zdarů při *n* nezávislých realizacích alternativního náhodného pokusu (pokus, u kterého rozlišujeme pouze dva výsledky: „zdar“ a „nezdar“), přičemž pravděpodobnost zdaru *p* je konstantní (odpovídá výběru “s vracením”)

$H(X) = \{0,1,\dots,n\};\ \ E(X) = n.p;\ \ D(X) = n.p.(1-p)$

$p: p_k = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ “ = BINOM.DIST(*k*; *n*; *p*; 0)“

• Hypergeometrické rozdělení *H*(*N*,*M*,*n*)

- má náhodná veličina *X*, která udává počet prvků sledované vlastnosti mezi *n* vybranými, přičemž výběr provádíme ze základního souboru s *N* prvky, kde *M* prvků má sledovanou vlastnost (odpovídá tzv. výběru „bez vracení“)

$H(X) = \{\max(0, M-N+n), \dots, \min(M,n)\};\ \ E(X) = n \cdot \frac{M}{N};\ \ D(X) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}$

$p: p_k = P(X = k) = \binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k} / \binom{N}{n}$ “ = HYPGEOM.DIST(*k*; *n*; *M*; *N*; 0)“

• Poissonovo rozdělení *Po*(λ)

- má náhodná veličina *X*, která udává počet Poissonovských náhodných jevů, které se vyskytnou v daném úseku (časovém nebo prostorovém), přičemž známe průměrný počet výskytů tohoto jevu v daném úseku λ

$H(X) = \{0,1,2,\dots\};\ \ E(X) = \lambda;\ \ D(X) = \lambda$

$p: p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ “ = POISSON.DIST(*k*; λ; 0)“

ZÁKLADNÍ TYPY ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI SPOJITÉ NÁHODNÉ VELIČINY

- **Exponenciální rozdělení $E(\lambda)$**

- má náhodná veličina *X*, která udává délku čekání na Poissonovský náhodný jev, případně délku intervalu mezi dvěma Poissonovskými náhodnými jevy (např. doba čekání na obsluhu v restauraci, vzdálenost mezi dvěma poškozenými místy na silnici, doba mezi dvěma poruchami elektronického systému)

$$H(X) = \langle 0, +\infty); \;\; E(X) = \frac{1}{\lambda}; \;\; D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$F: F(x) = P(X < x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & , x > 0 \end{cases}$$

" = EXPON.DIST(x; λ; 1)"

- **Normální rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$**

- má náhodná veličina *X* popisující jev, který je výsledkem působení velkého počtu nepatrných, na sobě nezávislých vlivů (např. výška nebo hmotnost dospělých mužů, chyba měření nebo odchylka rozměru výrobku od požadované hodnoty)

$$H(X) = (-\infty, +\infty); \;\; E(X) = \mu; \;\; D(X) = \sigma^2$$

$$F: F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma.\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \,, x \in \mathbf{R}$$

" = NORM.DIST(x; μ; σ; 1)"

- **Rovnoměrné rozdělení $R(a,b)$**

- má náhodná veličina *X*, která má stejnou možnost nabýt kterékoliv hodnoty z intervalu $< a, b >; a, b \in \mathbf{R}$
(např. dobu čekání na autobus, který přijíždí v pravidelných intervalech)

$$H(X) = \langle a, b \rangle; \;\; E(X) = \frac{a+b}{2}; \;\; D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}; F(x) = \begin{cases} 0 & , x \in (-\infty, a) \\ \dfrac{x-a}{b-a} & , x \in \langle a, b \rangle \\ 1 & , x \in (b, \infty) \end{cases}$$

Jakým rozdělením pravděpodobnosti se řídí například

- počet chlapců mezi 1000 novorozenci
- počtu chlapců v náhodně vybrané skupině 4 dětí ze třídy, v níž je 16 chlapců a 8 dívek

- počet vadných výrobků mezi 30 testovanými
- počet vadných výrobků mezi 10 vybranými z dodávky 30 výrobků, mezi nimiž bylo 7 vadných

- počet pacientů ošetřených v jisté ordinaci během dopoledních ordinačních hodin
- počet mikrodefektů na daném vzorku materiálu
- počet poruch elektronického systému během dvou let

- doba do první poruchy elektronického systému
- vzdálenost mezi dvěma mikrodefekty na daném vzorku materiálu
- odchylka šířky výrobku od požadované hodnoty
- životnost jistého typu žárovek
- dobu čekání na autobus, který přijíždí v pravidelných intervalech

PŘÍKLADY – Jak si s nimi poradit ☺

1) Cukrovka se vyskytuje u přibližně 12 % seniorů. Vybereme náhodně 15 seniorů.

a) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými nebude žádný diabetik?

b) Bude překvapující, když mezi vybranými budou právě 2 diabetici?

2) V supermarketu je vyskládáno celkem 37 konzerv s jahodovým kompotem, mezi nimiž je 10 s prošlou dobou minimální trvanlivosti. Nevědomý zákazník nakoupí 4 kompotové konzervy. Jakou má šanci, že si vybere alespoň 2 s prošlou trvanlivostí?

3) Určitou prodejnu navštíví v průměru 20 zákazníků za hodinu. Prodavačka si potřebuje na 5 minut odskočit z obchodu. Jakou má pravděpodobnost, že během této doby nepřijde žádný zákazník?

4) Dělník obsluhuje v dílně 4 stroje. U prvního stroje stráví 10 minut, u druhého 25 minut, u třetího 15 minut a u čtvrtého 10 minut, poté se opět vrací k prvnímu stroji. Určete pravděpodobnost, že přijdeme-li do dílny v náhodný okamžik, zastihneme ho u třetího stroje.

PŘÍKLADY – Jak si s nimi poradit ☺

5) Střední doba do poruchy strojní součástky je 30 000 hodin. Určete:

a) pravděpodobnost, že součástka nevydrží více než 2000 hod.,

b) pravděpodobnost, že součástka vydrží více než 35 000 hod.,

c) dobu, do které se porouchá 95 % součástek.

6) Životnost baterie, měřená v hodinách, má normální rozdělení se střední hodnotou 300 hodin a směrodatnou odchylkou 35 hodin.

Kolik procent baterií má životnost menší než 320 hodin?

DĚKUJEME ZA POZORNOST