

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE – PŘÍKLADY

2. řádu (lineární)

Příklad 1. Najděte funkce y vyhovující dané rovnici:

a) $y'' = 0$

b) $y'' = 1$

c) $y'' = 5$

d) $y'' = x$

e) $y'' = 2x$

f) $y'' = 6x + 2$

g) $y'' = x^2$

h) $y'' = y'$

i) $y'' = y$

j) $y'' = 9y$

k) $y'' = -y$

l) $y'' = -4y$

Příklad 2. Najděte funkci y vyhovující dané rovnici a podmínkám:

a) $y'' = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$

b) $y'' = 1, y(0) = 1, y'(0) = 3$

c) $y'' = 1, y(2) = -1, y'(2) = 3$

d) $y'' = 1, y(0) = 4, y(2) = 12$

e) $y'' = 2x, y(3) = 4, y'(3) = 7$

f) $y'' = 2x, y(0) = 1, y'(0) = -2$

g) $y'' = y, y(0) = 2, y'(0) = 0$

h) $y'' = y, y(0) = 2, y'(0) = -2$

Příklad 3. Určete obecné řešení diferenciální rovnice, případně partikulární řešení:

a) $y'' + y' - 2y = 0$

b) $y'' - 4y' + 4y = 0$

c) $y'' - 4y' + 5y = 0$

d) $y'' - 4y = 0,$

$y(0) = 1, y'(0) = 2$

e) $y'' + 4y' + 5y = 0,$

$y(0) = -3, y'(0) = 0$

Příklad 4. Určete obecné řešení diferenciální rovnic:

a) $y'' + y' - 2y = 6x^2$

b) $y'' + 3y' = 9x$

c) $y'' - 2y' = 6e^{3x}$

d) $y'' - y = e^{-x}$

e) $y'' - 3y' + 2y = 5 \sin 2x$

f) $y'' + 4y = \sin 2x + 2 \cos 2x$

VÝSLEDKY

1.

a) $y = c_1x + c_2$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + c_1x + c_2$

c) $y = \frac{5}{2}x^2 + c_1x + c_2$

d) $y = \frac{1}{6}x^3 + c_1x + c_2$

e) $y = \frac{1}{3}x^3 + c_1x + c_2$

f) $y = x^3 + x^2 + c_1x + c_2$

g) $y = \frac{1}{12}x^4 + c_1x + c_2$

h) $y = c_1e^x + c_2$

i) $y = c_1e^x + c_2e^{-x}$

j) $y = c_1e^{3x} + c_2e^{-3x}$

k) $y = c_1 \sin x + c_2 \cos x$

l) $y = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$

2.

a) $y = 2x + 3$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

c) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 5$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$

e) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 1$

f) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 1$

g) $y = e^x + e^{-x}$

h) $y = 2e^{-x}$

3.

a) $y = c_1e^x + c_2e^{-2x}$

b) $y = c_1e^{2x} + c_2xe^{2x}$

c) $y = e^{2x}(c_1 \sin x + c_2 \cos x)$

d) $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-2x},$
 $y = e^{2x}$

e) $y = e^{-2x}(c_1 \sin x + c_2 \cos x),$
 $y = -3e^{-2x}(2 \sin x + \cos x)$

4.

a) $y = c_1e^{-2x} + c_2e^x - 3x^2 - 3x - \frac{9}{2}$

b) $y = c_1 + c_2e^{-3x} + \frac{3}{2}x^2 - x$

c) $y = c_1 + c_2e^{2x} + 2e^{3x}$

d) $y = c_1e^x + c_2e^{2x} - 6xe^x$

e) $y = c_1e^x + c_2e^{2x} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{4} \cos 2x$

f) $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x - \frac{1}{4}x \cos 2x + \frac{1}{2}x \sin 2x$