

# DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE – PŘÍKLADY

## 1. řádu (separovatelné, homogenní, lineární)

**Příklad 1.** Najděte funkce  $y$  vyhovující dané rovnici:

a)  $y' = 0$

c)  $y' = x$

e)  $y' = 2y$

b)  $y' = 1$

d)  $y' = y$

f)  $y' = -y$

**Příklad 2.** Najděte funkci  $y$  vyhovující dané rovnici a podmínce:

a)  $y' = 0, y(1) = 3$

c)  $y' = x, y(0) = 0$

e)  $y' = y, y(0) = 1$

b)  $y' = 1, y(0) = 2$

d)  $y' = x, y(1) = 1$

f)  $y' = y, y(0) = 3$

**Příklad 3.** Určete obecné řešení diferenciální rovnice, případně partikulární řešení:

a)  $y' \tan x - y = 1$

f)  $(1 + x^2)y' - y = 0, y(0) = 1$

b)  $(1 + x)y + (1 - y)xy' = 0$

g)  $y' + y \cot x = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

c)  $e^{x-y} + e^{y-x}y' = 0$

h)  $2(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 0$

d)  $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$

e)  $y^2 - y' + 1 = 0, y(0) = -1$

i)  $y' \cot x = y \ln y, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = e$

**Příklad 4.** Určete obecné řešení diferenciální rovnice, případně partikulární řešení:

a)  $xy' - y = x$

c)  $xy' - y = 2\sqrt{xy}, y(1) = 1$

b)  $xy' = y \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$

d)  $y' = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}, y(1) = \frac{\pi}{4}$

**Příklad 5.** Určete obecné řešení diferenciální rovnice, případně partikulární řešení:

a)  $y' - \frac{2xy}{1 + x^2} = 1 + x^2$

e)  $xy' + y = x, y(4) = 2$

b)  $xy' - 3y = x^2, y(1) = 0$

f)  $y' - 2y = 3e^{-2x}, y(0) = 4$

c)  $y' - 2xy = 2x, y(0) = 7$

g)  $(1 - x^2)y' + xy = 2x, y(0) = 7$

d)  $x^2y' + xy = \ln x$

h)  $xy' + y = 0$

## VÝSLEDKY

1.

a)  $y = c$

c)  $y = \frac{1}{2}x^2 + c$

e)  $y = ce^{2x}$

b)  $y = x + c$

d)  $y = ce^x$

f)  $y = ce^{-x}$

2.

a)  $y = 3$

c)  $y = \frac{1}{2}x^2$

e)  $y = e^x$

b)  $y = x + 2$

d)  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

f)  $y = 3e^x$

3.

a)  $y = c \sin x - 1$

f)  $y = ce^{\arctan x}, y = e^{\arctan x}$

b)  $\ln |xy| + x - y = c$

g)  $y = \frac{c}{\sin x}, y = \frac{1}{\sin x}$

c)  $e^{2x} + e^{2y} = c$

h)  $y^2 = \ln(1 + e^x) + c, y^2 = \ln \frac{1 + e^x}{2}$

d)  $\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{1 + y^2} = c$

i)  $\ln y = \frac{c}{\cos x}, \ln y = \frac{\sqrt{2}}{2 \cos x}$

e)  $y = \tan(x + c), y = \tan(x - \frac{\pi}{4})$

4.

a)  $y = \frac{x}{2} + \frac{c}{x}$

c)  $y = x \ln |cy|, y = x + x \ln |y|$

b)  $y = x(\ln |x| + c)^2, y = x(\ln |x| + 1)^2$

d)  $y = x \arcsin cx, y = x \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}x$

5.

a)  $y = x^3 + cx^2 + x + c$

e)  $y = \frac{x}{2} + \frac{c}{x}, y = \frac{x}{2}$

b)  $y = cx^3 - x^2, y = x^3 - x^2$

f)  $y = ce^{2x} - \frac{3}{4}e^{-2x}, y = \frac{19}{4}e^{2x} - \frac{3}{4}e^{-2x}$

c)  $y = ce^{x^2} - 1, y = 8e^{x^2} - 1$

g)  $y = c\sqrt{1 - x^2} + 2, y = 5\sqrt{1 - x^2} + 2$

d)  $y = \left(\frac{1}{2} \ln^2 x + c\right) \frac{1}{x}$

h)  $y = \frac{c}{x}$