SUBSTITUČNÍ METODA

$$\int f\left(g(x)\right)\cdot g'(x)\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} g(x)=t \\ g'(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \end{array}\right| = \int f(t)\,\mathrm{d}t = F(t)+c = F(g(x))+c$$

Příklad 1

$$\int 2x\sqrt[3]{x^2+5}\,\mathrm{d}x = \int \sqrt[3]{x^2+5}\cdot 2x\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} x^2+5=t \\ 2x\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \end{array}\right| = \int \sqrt[3]{t}\,\mathrm{d}t = \int t^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}t = \frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+c =$$
$$= \frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}+c = \frac{3}{4}(x^2+5)^{\frac{4}{3}}+c$$

Příklad 2

$$\int x^2\mathrm{e}^{x^3}\,\mathrm{d}x = \int \mathrm{e}^{x^3}\cdot x^2\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} x^3=t \\ 3x^2\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \\ x^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t \end{array}\right| = \int \mathrm{e}^t\,\frac{1}{3}\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\int \mathrm{e}^t\,\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\mathrm{e}^t+c = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{x^3}+c$$

Příklad 3

$$\int \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}\,\mathrm{d}x = \int \sin\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} \frac{1}{x}=t \\ -\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \\ \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t \end{array}\right| = -\int \sin t\,\mathrm{d}t = \cos t+c = \cos\frac{1}{x}+c$$

Příklad 4

$$\int \frac{(1+\arctan x)^3}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \int (1+\arctan x)^3\cdot\frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} 1+\arctan x=t \\ \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \end{array}\right| = \int t^3\,\mathrm{d}t =$$
$$= \frac{t^4}{4}+c = \frac{1}{4}(1+\arctan x)^4+c$$

Příklad 5

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{\cos^2 x\cos x}{\sin^4 x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1-\sin^2 x}{\sin^4 x}\cdot\cos x\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} \sin x=t \\ \cos x\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \end{array}\right| =$$
$$= \int \frac{1-t^2}{t^4}\mathrm{d}t = \int\left(\frac{1}{t^4}-\frac{1}{t^2}\right)\mathrm{d}t = -\frac{1}{3t^3}+\frac{1}{t}+c = -\frac{1}{3\sin^3 x}+\frac{1}{\sin x}+c$$

Příklad 6

$$\int \frac{1}{\sin x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{1-\cos^2 x}\cdot\sin x\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{c} \cos x=t \\ -\sin x\,\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \end{array}\right| = -\int \frac{1}{1-t^2}\,\mathrm{d}t =$$
$$= \int \frac{1}{t^2-1}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+c = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cos x-1}{\cos x+1}\right|+c$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY