

DERIVACE – PŘÍKLADY (SLOŽENÁ FUNKCE)

Příklad 1. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = (x^3 - 7)^2$

c) $y = (5x^2 - 4)^2$

e) $y = (-2x + \pi)^{-1}$

b) $y = (6x + 1)^3$

d) $y = (5 - x^2)^{\frac{1}{2}}$

f) $y = \frac{2}{5}(-7x)^{-\frac{1}{3}}$

Příklad 2. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = \tan 3x$

e) $y = (x^3 + 4)^3$

i) $y = \sqrt[3]{\log x}$

b) $y = \arcsin x^2$

f) $y = 2^{3x+1}$

j) $y = \ln \sqrt{x}$

c) $y = 3 \ln 2x$

g) $y = \sin^2 x$

k) $y = 3 \sin 2x$

d) $y = \sqrt{4x + 1}$

h) $y = \arccos(3x + 1)$

l) $y = e^{x^2}$

Příklad 3. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = e^{\sqrt{x}}$

d) $y = \ln \sqrt{2x} + \sqrt{\ln 2x}$

g) $y = \sqrt{3 \sin \left(\frac{5x}{2} \right)}$

b) $y = \frac{1}{\cos^3(x)}$

e) $y = \sqrt[3]{\cos(x^3) + x^3}$

c) $y = \operatorname{arccot} \frac{1}{x^2}$

f) $y = \sin^2(x^3)$

h) $y = \left(1 - \frac{6\pi}{1+e} \right) 3^{-x}$

Příklad 4. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = \frac{\sin 3x}{\cos 2x}$

i) $y = \ln \frac{x^3}{x^2 - 1}$

b) $y = \sqrt{\frac{\ln x}{x^3}}$

j) $y = x^2 e^{\frac{1}{x}} - x e^{-x^2}$

c) $y = \tan x \cdot \ln(x^2 + 1)$

k) $y = \left(\frac{x^2}{2^x + x} \right)^3$

d) $y = \cot x \cdot e^{2x^3+4x}$

l) $y = \log_2 x \cdot \sin 2x$

e) $y = \left(\frac{e^x}{\sin x} \right)^3$

m) $y = \sqrt[3]{\frac{\ln x}{e^x}}$

f) $y = \sin \frac{2x}{x+3}$

n) $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$

g) $y = e^{x^4 \cdot \sin x}$

o) $y = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$

VÝSLEDKY

1.

$$a) y' = 6x^2(x^3 - 7)$$

$$c) y' = 20x(5x^2 - 4)$$

$$e) y' = 2(-2x + \pi)^{-2}$$

$$b) y' = 18(6x + 1)^2$$

$$d) y' = -x(5 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$f) y' = \frac{14}{15}(-7x)^{-\frac{4}{3}}$$

2.

$$a) y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$$

$$e) y' = 9x^2(x^3 + 4)^2$$

$$i) y' = \frac{1}{3x \ln 10 \sqrt[3]{\log^2 x}}$$

$$b) y' = \frac{2x}{\sqrt{1 - x^4}}$$

$$f) y' = 3 \ln 2 \cdot 2^{3x+1}$$

$$j) y' = \frac{1}{2x}$$

$$c) y' = \frac{3}{x}$$

$$g) y' = 2 \sin x \cos x$$

$$k) y' = 6 \cos 2x$$

$$d) y' = \frac{2}{\sqrt{4x + 1}}$$

$$h) y' = \frac{-3}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}}$$

$$l) y' = 2xe^{-x^2}$$

3.

$$a) y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

$$d) y' = \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x\sqrt{\ln(2x)}}$$

$$g) y' = \frac{15 \cos\left(\frac{5x}{2}\right)}{4\sqrt{3} \sin\left(\frac{5x}{2}\right)}$$

$$b) y' = \frac{3 \sin x}{\cos^4 x}$$

$$e) y' = \frac{x^2(-\sin(x^3) + 1)}{\sqrt[3]{(\cos(x^3) + x^3)^2}}$$

$$c) y' = \frac{2x}{x^4 + 1}$$

$$f) y' = 6x^2 \sin(x^3) \cos(x^3)$$

$$h) y' = -\ln 3 \left(1 - \frac{6\pi}{1 + e}\right) 3^{-x}$$

4.

$$a) y' = \frac{3 \cos 3x \cos 2x + 2 \sin 3x \sin 2x}{\cos^2 2x}$$

$$i) y' = \frac{x^2 - 3}{x(x^2 - 1)}$$

$$b) y' = \sqrt{\frac{x^3}{\ln x}} \frac{1 - 3 \ln x}{2x^4}$$

$$j) y' = (2x - 1)e^{\frac{1}{x}} - (1 - 2x^2)e^{-x^2}$$

$$c) y' = \frac{\ln(x^2 + 1)}{\cos^2 x} + \frac{2x \tan x}{x^2 + 1}$$

$$k) y' = \frac{3x^6 + 6x^5 2^x - 3x^6 2^x \ln 2}{(2^x + x)^4}$$

$$d) y' = e^{2x^3 + 4x} \left(-\frac{1}{\sin^2 x} + (6x^2 + 4) \cot x \right)$$

$$l) y' = \frac{\sin(2x)}{x \ln 2} + 2 \log_2 x \cos(2x)$$

$$e) y' = \frac{3e^{3x}(\sin x - \cos x)}{\sin^4 x}$$

$$m) y' = \sqrt[3]{\frac{e^{2x}}{\ln^2 x}} \frac{1 - x \ln x}{3xe^x}$$

$$f) y' = \frac{6}{(x + 3)^2} \cos \frac{2x}{x + 3}$$

$$n) y' = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} \frac{-\cos x}{(1 + \sin x)^2}$$

$$g) y' = (4x^3 \sin x + x^4 \cos x)e^{x^4 \cdot \sin x}$$

$$h) y' = \frac{11x - 12}{\sqrt{x^2 - 3x}(x + 4)^2}$$

$$o) y' = \frac{2}{1 - x^2}$$