

DERIVACE – PŘÍKLADY (SOUČIN A PODÍL)

Příklad 1. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = \sin x \cdot \cos x$

b) $y = e^x \cdot \ln x$

c) $y = x \cdot \cos x$

d) $y = \sqrt{x} \sin x$

e) $y = (x^3 - 2) \sin x$

f) $y = (5x^2 + 6) \sqrt[3]{x}$

g) $y = (x^2 - 4) (2x + x^2)$

h) $y = e^x \arctan x$

i) $y = \cot x \log_2 x$

j) $y = 2^x(4x^2 - 1)$

k) $y = 4\sqrt{x} \arcsin x$

l) $y = 6x^2 \cot x$

m) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 3x\right) (\sqrt{x} - 6x^4)$

Příklad 2. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = \frac{2x + 1}{3x}$

b) $y = \frac{1 - x}{1 + x}$

c) $y = \frac{x + 1}{x}$

d) $y = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$

e) $y = \frac{3x + 4}{1 - 3x}$

f) $y = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$

g) $y = \frac{x^2}{e^x + x}$

h) $y = \frac{\log_3 x}{4 \cos x}$

i) $y = \frac{e^x}{2x^3 + 1}$

j) $y = \frac{\arcsin x}{2x}$

k) $y = \frac{2\sqrt[3]{x} + 1}{x}$

l) $y = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$

m) $y = \frac{\arctan x}{\ln x}$

n) $y = \frac{1 - \log x}{1 + \log x}$

o) $y = \frac{\tan x}{x - 2}$

Příklad 3. Vypočítejte první derivaci funkce:

a) $y = \frac{e^x(4x + 3)}{2x}$

b) $y = \frac{\sin x \cos x}{1 + x}$

c) $y = \frac{x + 1}{x \sin x}$

d) $y = \frac{2x + 1}{3x + 1} \sin x$

e) $y = \frac{1 - xe^x}{1 + x}$

f) $y = \frac{x + 1}{x} \sqrt{x}$

g) $y = \frac{x + 1}{x} + 2^x \sqrt{x}$

h) $y = \frac{x(1 + \ln x)}{1 - \ln x}$

VÝSLEDKY

1.

a) $y' = \cos^2 x - \sin^2 x$

b) $y' = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$

c) $y' = \cos x - x \sin x$

d) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin x + \sqrt{x} \cos x$

e) $y' = 3x^2 \sin x + (x^3 - 2) \cos x$

f) $y' = 10x\sqrt[3]{x} + (5x^2 + 6) \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

g) $y' = 4x^3 + 6x^2 - 8x - 8$

h) $y' = e^x \left(\arctan x + \frac{1}{1+x^2} \right)$

i) $y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \log_2 x + \cot x \frac{1}{x \ln 2}$

j) $y' = 2^x (\ln 2(4x^2 - 1) + 8x)$

k) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}} \arcsin x + 4\sqrt{x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

l) $y' = 12x \cot x - 6x^2 \frac{1}{\sin^2 x}$

m) $y' = \frac{1}{2} (9\sqrt{x} - 180x^4 - 42x^2\sqrt{x})$

2.

a) $y' = \frac{-1}{3x^2}$

f) $y' = \frac{1+2\cos x}{(2+\cos x)^2}$

k) $y' = \frac{-3-4\sqrt[3]{x}}{3x^2}$

b) $y' = \frac{-2}{(1+x)^2}$

g) $y' = \frac{2xe^x - x^2e^x + x^2}{(e^x + x)^2}$

l) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$

c) $y' = \frac{-1}{x^2}$

h) $y' = \frac{\cos x + \ln 3x \sin x \log_3 x}{4 \ln 3x \cos^2 x}$

m) $y' = \frac{x \ln x - (1+x^2) \arctan x}{(x^3+x) \ln^2 x}$

d) $y' = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$

i) $y' = \frac{e^x(2x^3 - 6x^2 + 1)}{(2x^3 + 1)^2}$

n) $y' = \frac{-2}{x \ln 10(1 + \log x)^2}$

e) $y' = \frac{15}{(1-3x)^2}$

j) $y' = \frac{x - \sqrt{1-x^2} \arcsin x}{2x^2\sqrt{1-x^2}}$

o) $y' = \frac{x-2-\tan x \cos^2 x}{(x-2)^2 \cos^2 x}$

3.

a) $y' = \frac{e^x(4x^2 + 3x - 3)}{2x^2}$

e) $y' = \frac{(-x^2 - x - 1)e^x - 1}{(1+x)^2}$

b) $y' = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(1+x) - \sin x \cos x}{(1+x)^2}$

f) $y' = \frac{x^2 - x}{2x^2\sqrt{x}}$

c) $y' = \frac{(-x^2 - x) \cos x - \sin x}{x^2 \sin^2 x}$

g) $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{2^x(2x \ln 2 + 1)}{2\sqrt{x}}$

d) $y' = \frac{(6x^2 + 5x + 1) \cos x - \sin x}{(3x + 1)^2}$

h) $y' = \frac{3 - \ln^2 x}{(1 - \ln x)^2}$