

LINEÁRNÍ ALGEBRA – PŘÍKLADY

determinanty, inverzní matice, maticové rovnice

Příklad 1. Vypočítejte determinant.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$$

Příklad 2. Najděte inverzní matici (pokud existuje) a proveďte zkoušku.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Příklad 3. Vyřešte maticovou rovnici a proveďte zkoušku.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -22 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -8 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{h) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{i) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

VÝSLEDKY

1.

a) 6

d) -5

f) 8

b) 1

c) 0

e) -3

g) 4

2.

a) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\frac{1}{-5} \begin{pmatrix} -7 & 9 & 6 \\ 3 & -6 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$

f) $\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

e) $\frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -3 & 9 & 7 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

g) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -4 & 5 & 6 & -3 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 4 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$

c) neexistuje

3.

a)

$$A \cdot X = B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 37 & -4 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$$

e)

$$X \cdot A = B$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$X \cdot A = B$$

$$X = B \cdot A^{-1}$$

$$X = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 25 & -20 \\ -16 & 14 \end{pmatrix}$$

f)

$$A \cdot X \cdot B = C$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

c)

$$A \cdot X \cdot B = C$$

$$X \cdot B = A^{-1} \cdot C$$

$$X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

$$X = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 17 & 35 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

g)

$$A \cdot X = B$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

d)

$$A \cdot X = B$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

h)

$$X \cdot A = B$$

$$X = \frac{1}{-5} \begin{pmatrix} -13 & -5 & 45 \\ 7 & 0 & -25 \\ 3 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

i)

$$X \cdot A = B$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$